



UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DE GUAYANA
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN EN GERENCIA FINANCIERA



MATEMÁTICAS APLICADA EN LA GERENCIA FINANCIERAS

Instructor:
M.Sc. Silvino Rodríguez
Investigador CIGEG

Ciudad Bolívar, abril 2017



Porcentajes

- 1.- El costo de cierto artículo es de Bs. 5.340, ¿Cuál es el precio de venta si se le aumenta un 15%?
- 2.- Un artículo cuesta Bs. 3.740 y tiene un descuento del 40%, ¿Cuál es el precio final?
- 3.- Un artículo cuesta Bs. 123.930 y tiene un descuento del 40% + 20%, ¿Cuál es el precio final?
- 4.- El costo de un producto es de Bs. 15.180, si el vendedor quiere tener un margen de ganancia de un 40%, ¿Cuál debe ser el precio de venta?
- 5.- El precio de venta de un artículo es Bs. 35.999, si este precio incluye el IVA (12%) ¿Cuál es el precio sin IVA?
- 6.- Una inversión de Bs. 250.000 generó una utilidad de Bs. 135.000. ¿Qué porcentaje de la inversión representa dicha utilidad?
- 7.- Un comerciante compra un artículo por Bs. 20.000 y lo vende por Bs. 32.000, ¿Cuál es la utilidad como porcentaje del costo? ¿y como porcentaje del precio de venta?
- 8.- ¿Qué porcentaje sobre el precio de venta representa un aumento del 50% en el costo de un producto?



Interés Simple

Interés: es el alquiler que se conviene pagar por un dinero tomado en préstamo. Depende de las condiciones del préstamo, de la cantidad de dinero y del tiempo del crédito.

En función de los días del año existen: el interés simple ordinario o comercial es el que se calcula tomando 360 días por año (12 meses de 30 días cada uno) y el interés simple real o exacto es el que se calcula tomando 365 días por año o 366 días por año bisiesto.

Llamaremos: "C" : Capital o suma prestada

"n" : número de períodos (tiempo)

"I" : Interés o rédito

"i" : tasa de interés (% por unidad de tiempo)

"M" : Monto final (capital + intereses)



Interés Simple

FÓRMULAS

Interés : $I = C . i . n$ (1)

Nota: Para usar esta fórmula, la unidad de tiempo en "n" y en la tasa "i" DEBE ser la misma, también, la tasa "i" debe usarse en su forma decimal.

Monto : $M = C + I$

Ahora, como $I = C . i . n$ entonces podemos escribir que:

$$M = C + C . i . n$$

Y finalmente llegamos a que

$$M = C (1 + i . n)$$
 (2)



Interés Simple

De la fórmula (1) podemos hacer los siguientes despejes:

$$C = \frac{I}{i \cdot n} \quad (3) \quad n = \frac{I}{C \cdot i} \quad (4) \quad i = \frac{I}{C \cdot n} \quad (5)$$

Nota: en (4), "n" estará en la misma unidad de tiempo que esté "i"
en (5), "i" estará en tanto por uno y en la misma unidad que "n"

De la fórmula (2) podemos hacer los siguientes despejes:

$$C = \frac{M}{1 + i \cdot n} \quad (6) \quad n = \frac{M - C}{C \cdot i} \quad (7) \quad i = \frac{M - C}{C \cdot n} \quad (8)$$

Nota: en (7), "n" estará en la misma unidad de tiempo que esté "i"
en (8), "i" estará en tanto por uno y en la misma unidad que "n"



Interés Simple

Ejemplo:

1) Determine el interés simple que generan Bs. 75.000 al 4% anual durante ½ año.

Datos:

$$C = 75.000$$

$$i = 4\% \text{ anual} \rightarrow 0,04$$

$$n = \frac{1}{2} \text{ año}$$

$$I = C \cdot i \cdot n$$

$$I = 75.000 (0,04) (\frac{1}{2})$$

$$I = 1.500$$

Así, Bs. 75.000 generarán Bs. 1.500 d interés si son colocados al 4% anual durante ½ año.



Interés Simple

Ejemplo:

2) Encontrar el interés simple y el monto para un capital de Bs. 100.000 colocados al $8\frac{1}{4}\%$ trimestral, durante 5 meses.

Datos:

$$C = 100.000$$

$$i = 8\frac{1}{4}\% \text{ trimestral} \Rightarrow 0,0825$$

$$n = 5 \text{ meses} \Rightarrow 5/3 \text{ trimestres}$$

Forma 1:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

$$I = 100.000 (0,0825) (5/3)$$

$$I = 13.750$$

Ahora

$$M = C + I$$

$$M = 100.000 + 13.750$$

$$M = 113.750$$

Forma 2:

$$M = C (1 + i n)$$

$$M = 100.000 (1 + 0,0825 (5/3))$$

$$M = 113.750$$

Ahora

$$C + I = M$$

$$I = M - C$$

$$I = 113.750 - 100.000$$

$$I = 13.750$$

Respuesta:

Interés: Bs. 13.750

Monto: 113.750



Ecuaciones de Valores Equivalentes

Las Ecuaciones de Valores Equivalentes nos permiten comparar inversiones distintas para verificar si son inversiones equivalentes, es decir, que produzcan el mismo resultado económico.

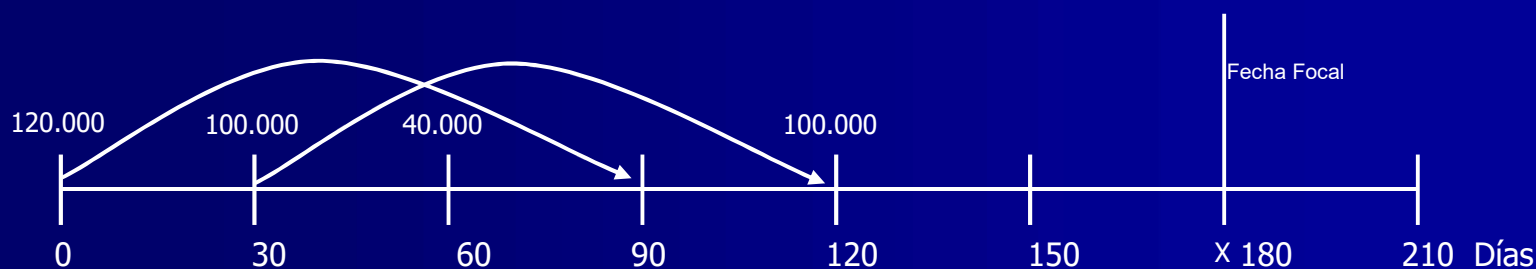
Un mismo valor situado en fechas distintas es, desde el punto de vista financiero, un valor diferente. Solo se puede operar y comparar valores que se encuentren en el mismo momento del tiempo.



Ecuaciones de Valores Equivalentes

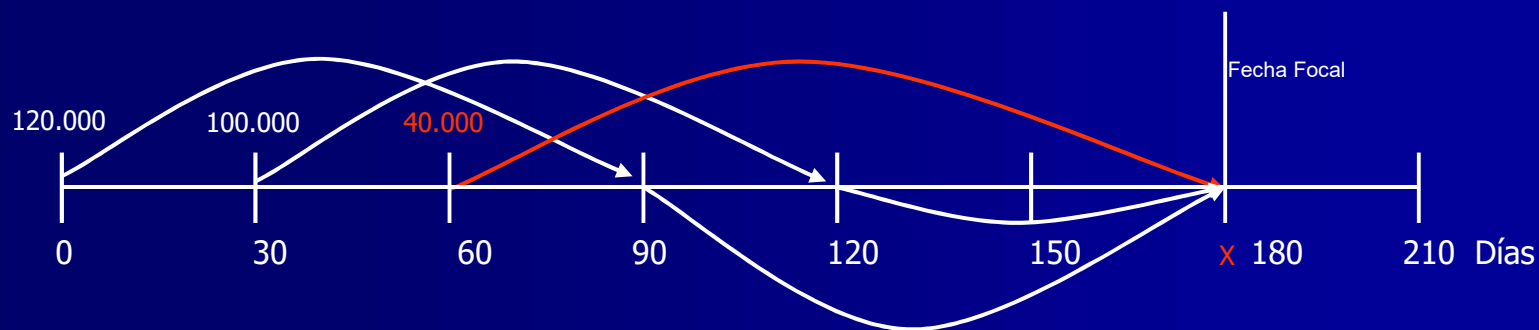
Ejemplo:

En cierta fecha, una persona firma un pagare por Bs. 120.000 a 90 días, al 8%; 30 días después, firma otro pagare por Bs. 100.000 a 90 días sin interés. 60 días después de la primera fecha, conviene con su acreedor en pagar Bs. 40.000 y recoger los dos pagares firmados replazándolos por uno solo a 120 días, contados desde la última fecha, con un rendimiento del 9%. Determinar el pago único convenido.



Ecuaciones de Valores Equivalentes

Ejemplo:



$$120.000 (1 + 0,08 (90/360)) (1 + 0,09 (90/360)) = 125.154 \text{ (D1)}$$

$$100.000 (1 + 0,09 (60/360)) = 101.500 \text{ (D2)}$$

$$40.000 (1 + 0,09 (120/360)) = 41.200 \text{ (P1)}$$

Ecuación: DEUDAS = PAGOS

$$D1 + D2 = P1 + X$$

$$D1 + D2 - P1 = X$$

$$125.154 + 101.500 - 41.200 = X$$

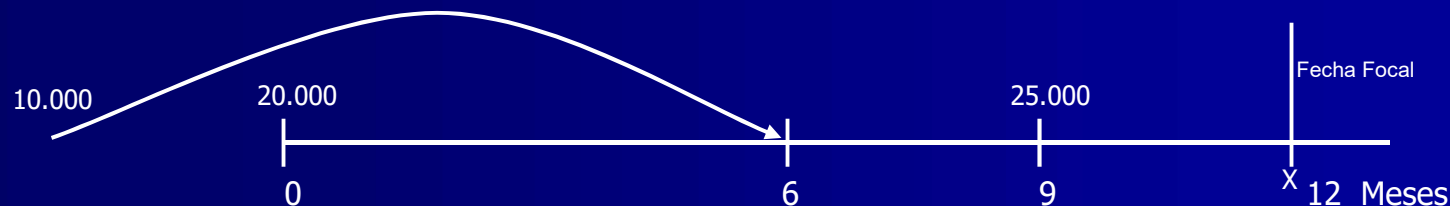
$$\text{así, } X = \mathbf{185.454}$$



Ecuaciones de Valores Equivalentes

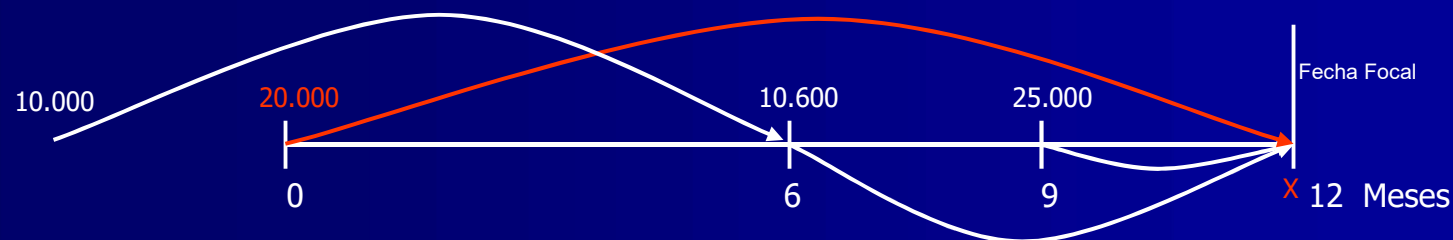
Ejemplo:

En la fecha actual, el señor BB debe Bs. 10.000 por un préstamo con vencimiento a 6 meses, contratado originalmente a $1\frac{1}{2}$ años a la tasa de 4% y debe, además, Bs. 25.000 con vencimiento a 9 meses sin intereses. El desea pagar Bs. 20.000 de inmediato y liquidar el saldo mediante un único pago dentro de un año. Suponiendo que se establece entre las partes una tasa de interés del 5%, determine el monto del pago único.



Ecuaciones de Valores Equivalentes

Ejemplo:



$$10.000 (1 + 0,04 (1.5)) (1 + 0,05 (6/12)) = 10.865 \quad (D1)$$

$$25.000 (1 + 0,05 (3/12)) = 25.312,5 \quad (D2)$$

$$20.000 (1 + 0,05 (1)) = 21.000 \quad (P1)$$

Ecuación DEUDAS = PAGOS:

$$D1 + D2 = P1 + X$$

$$D1 + D2 - P1 = X$$

$$10.865 + 25.312,5 - 21.000 = X$$

$$\text{así, } X = 15.177,5$$



Descuento Simple:

Una persona "A" presta un dinero a "B" quien le firma un documento como compromiso de pago para una fecha determinada.

Por alguna circunstancia "A" necesita el dinero antes del vencimiento del documento por lo que busca a otra persona "C" quien entrega el dinero a "A" y recibe a cambio el documento firmado por "B".

Como, por lo general, "C" también desea obtener ganancias en la operación, entregará a "A" una cantidad menor que la que indica el documento.

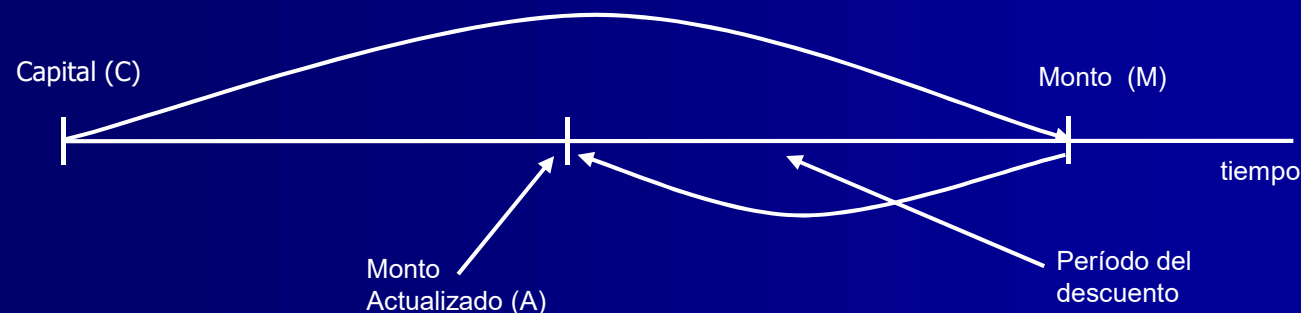


Descuento Simple:

La diferencia entre el valor del documento y la cantidad de dinero que recibe "A" es llamado DESCUENTO y es el "costo" que tiene que pagar por hacer efectivo el documento antes de la fecha de su vencimiento.

Descuento Bancario Simple:

Es el equivalente al interés cobrado sobre el valor final del documento, a la tasa dada, durante el plazo que existe desde su adquisición hasta su vencimiento.



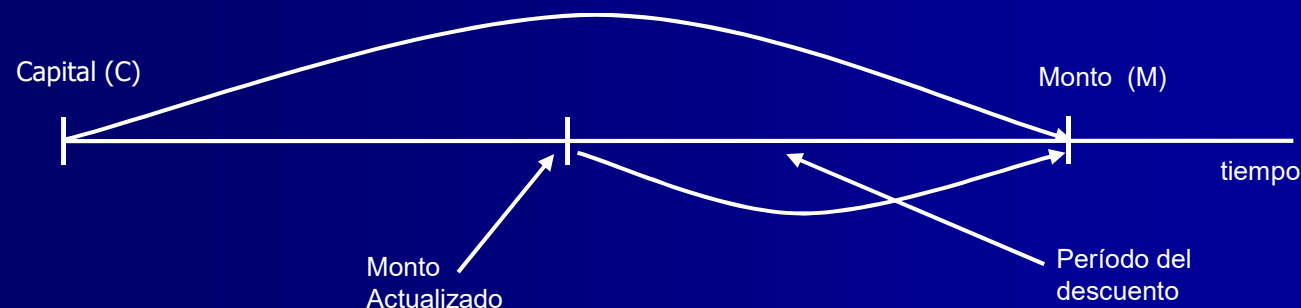
Descuento $D_B = M \cdot i_d \cdot n_d$, donde i_d es la tasa de descuento y n_d el número de períodos del descuento.

Monto Actualizado $A = M - D_B = M - M \cdot i_d \cdot n_d = M (1 - i_d \cdot n_d)$

$$A = M (1 - i \cdot n) \quad (9)$$

Descuento Racional Simple:

Es el equivalente al interés cobrado sobre el valor actual del documento, a la tasa dada, durante el plazo que existe desde su adquisición hasta su vencimiento.



Descuento $D_R = A \cdot i_d \cdot n_d$ entonces $M = A + D_R = A + A \cdot i_d \cdot n_d$

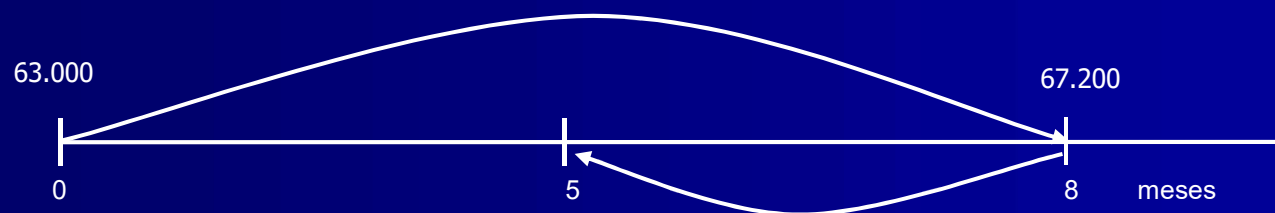
por lo tanto $M = A (1 + i_d \cdot n_d)$, finalmente $A = M / (1 + i_d \cdot n_d)$

$$A = \frac{M}{1 + i_d \cdot n_d}$$

Descuento Racional Simple:

Ejemplo:

Un documento que devenga un interés simple del 10% tiene un plazo de vencimiento de 8 meses y tres meses antes de su vencimiento es descontado al 6% anual. Si el monto inicial del documento es de Bs. 63.000, Calcular el descuento y el valor actual, utilizando: a) Descuento Bancario, b) Descuento Racional.



$$63.000 (1 + 0,10 (8/12)) = 67.200$$



Descuento Racional Simple:

Ejemplo:

a) Descuento Bancario
o comercial:

Datos:

$$M = 67.200$$

$$i_d = 6\% \text{ anual} \rightarrow 0,06$$

$$n_d = 3 \text{ meses} \rightarrow 3/12 \text{ años}$$

$$D_B = M \cdot i_d \cdot n_d$$

$$D_B = 67.200 (0,06) (3/12)$$

$$D_B = 1.008$$

Ahora

$$A = M - D_B$$

$$A = 67.200 - 1.008$$

$$A = 66.192$$

b) Descuento Racional

Datos:

$$M = 67.200$$

$$i_r = 6\% \text{ anual} \rightarrow 0,06$$

$$n_r = 3 \text{ meses} \rightarrow 3/12 \text{ años}$$

$$A = M / (1 + i_d \cdot n_d)$$

$$A = 67.200 / (1 + 0,06 (3/12))$$

$$A = 66.206,90$$

Ahora

$$D_R = M - A$$

$$D_R = 67.200 - 66.206,90$$

$$D_R = 993,10$$



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Observamos que para el cálculo del interés simple el capital permanece invariante, es decir, al empezar cada período el capital al que se le aplica el cálculo es el mismo y, por lo tanto, siempre se produce el mismo interés en cada período. Esto ocurriría si, por ejemplo, se retiraran los intereses producidos en cada período; pero si los dejamos depositados entonces ellos también deberían ganar intereses en el próximo período.

En el régimen de capitalización compuesta el interés generado al final de cada período financiero es adicionado al capital inicial de cada período y ambos pasan a producir interés en el siguiente período y así sucesivamente...



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Supongamos que se tiene un capital C el cual será colocado bajo el sistema de interés compuesto a la tasa i durante n períodos de capitalización, entonces: Al finalizar el primer período, el interés producido es

$$I_1 = C i$$

y el monto obtenido es

$$M_1 = C + I_1 = C (1 + i)$$

Al finalizar el segundo período, el interés producido es

$$I_2 = M_1 i = C (1 + i) i$$

y el monto obtenido es

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 + I_2 = C (1 + i) + C (1 + i) i \\ &= C (1 + i) (1 + i) \\ &= C (1 + i)^2 \end{aligned}$$



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Al finalizar el tercer período, el interés producido es

$$I_3 = M_2 i = C (1 + i)^2 i$$

y el monto obtenido es

$$\begin{aligned} M_3 &= M_2 + I_3 = C (1 + i)^2 + C (1 + i)^2 i \\ &= C (1 + i)^2 (1 + i) \\ &= C (1 + i)^3 \end{aligned}$$

Generalizando, en el período n , el interés producido es

$$I_n = M_{n-1} i = C (1 + i)^{n-1} i$$

y el monto obtenido es

$$\begin{aligned} M_n &= M_{n-1} + I_n = C (1 + i)^{n-1} + C (1 + i)^{n-1} i \\ &= C (1 + i)^{n-1} (1 + i) \\ &= C (1 + i)^n \end{aligned}$$



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Así la fórmula del monto bajo interés compuesto es:

$$M = C (1 + i)^n \quad (10)$$

Donde: "C" : Capital o suma prestada

"n" : número de períodos de capitalización

"i" : tasa de interés (% por unidad de tiempo)

"M" : Monto final (capital + intereses)

Nota: tanto "n" como "i" deben estar expresados en la misma unidad de tiempo que los períodos de capitalización.



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

De la fórmula (10) podemos hacer los siguientes despejes:

$$C = M (1 + i)^{-n} \quad (11)$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1 \quad (12)$$

$$n = \frac{\text{Log} \left(\frac{M}{C} \right)}{\text{Log}(1+i)} \quad (13)$$

Nota: en (13) se puede sustituir la función "Log" por la función "Ln"



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Ejemplo:

1) ¿Cuál es el monto que se obtiene al colocar un capital de Bs. 200.000 al 5½ % de interés compuesto durante 8 años?

Datos:

$$C = 200.000$$

$$i = 5\frac{1}{2}\% \text{ anual} \rightarrow 0,055$$

$$n = 8 \text{ año}$$

P.C.: anual

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = 200.000 (1 + 0,055)^8$$

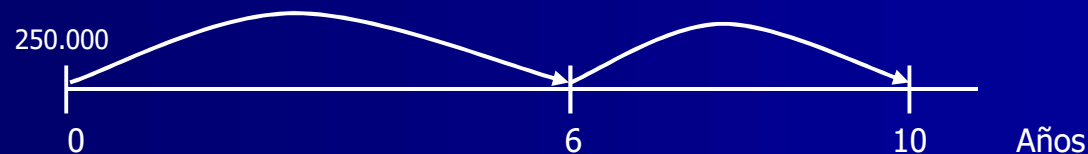
$$M = 306.937,30$$

Por lo tanto, el monto, luego de 8 años, será de Bs. 306.937,30.

Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Ejemplo:

2) Un capital de Bs. 250.000 se coloca durante 10 años a capitalización compuesta, si durante los primeros 6 años la tasa de interés es del $6\frac{1}{2}\%$ y el resto del periodo la tasa sube en un punto porcentual. a) ¿Cuál es el monto al final de los 10 años.



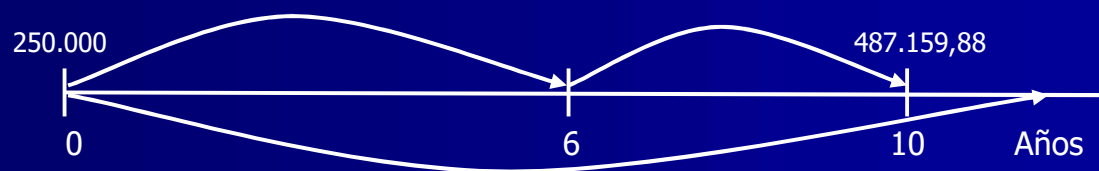
$$M = C (1 + i)^n$$

$$250.000 (1 + 0,065)^6 (1 + 0,075)^4 = 487.159,88$$

Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Ejemplo:

2) b) ¿Cuál es el tiempo que tiene que transcurrir después del sexto año para que, continuando con la tasa inicial, produzca el monto de la parte a)?



Datos:

$$C = 250.000$$

$$M = 487.159,88$$

$$i = 6\frac{1}{2}\% \text{ anual}$$

$$n = ?$$

P.C.: anual

$$n = \frac{\text{Log} \left(\frac{M}{C} \right)}{\text{Log}(1+i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left(\frac{487.159,88}{250.000} \right)}{\text{Log}(1+0,065)}$$

$$n = 10,59$$

Por lo tanto, deben transcurrir 4,59 años luego del años



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Ejercicios:

1) Un capital de Bs. 150.000 al cabo de 6 años se convierte en Bs. 400.000. ¿Cuál es la tasa de interés a la que estuvo colocado el capital si la tasa es de a) interés compuesto y b) interés simple?

R= a) 17,76% anual b) 27,78% anual.

2) ¿A que tasa de interés compuesto debe colocarse un capital C para que se triplique en 7 años? R= 16,99% anual.

3) Calcular el valor actual de Bs. 200.000, pagaderos en 4 años y colocados a la tasa del 6% anual, capitalizados trimestralmente.

R= 157.606,21

4) Al comprar un apartamento una persona paga Bs. 5.000.000 de cuota inicial y acepta pagar Bs. 6.600.000 tres años después de la compra. Calcular el valor de contado del apartamento si se cobran intereses compuestos del 8% anual capitalizados semestralmente.

R= 10.216.075,87



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Ejercicios:

5) Calcular el monto que se obtiene mediante un capital de Bs. 250.000 colocados a interés compuesto a la tasa del 4% semestral durante 9 años. Compárelo con el interés obtenido al colocar el mismo capital pero al 2% trimestral durante los 9 años.

6) Se coloca un capital de Bs. 300.000 durante 12 años a capitalización compuesta. ¿Cuál es el monto final si durante los primeros 8 años el interés es del 6% capitalizados semestralmente y durante el resto del período, el interés es del 5% capitalizado trimestralmente?

R= Bs. 587.269,38

7) Determine la tasa de interés compuesto anual a la que debe colocarse un capital de manera que al cabo de 2,5 años el total de los intereses sea el 75% del capital colocado.

R= 25,09% anual

8) Calcular, 3 años antes de su vencimiento, el valor actual, al 8% anual capitalizables semestralmente, de un pagare de Bs. 1.230.000 firmado a 5 años con el 6% de interés capitalizados trimestralmente.



Interés Compuesto (Capitalización Compuesta):

Ejercicios:

9) Las dos quintas partes de un capital están invertidos al 2,35% MCM y el resto al 15% SCS. a) Determine el capital si al cabo de un año el monto asciende a 1.159.503. b) ¿Y si son los intereses los que ascienden a 1.159.503? R= a) 877.026,61 b) 3.599.999,93

10) Una deuda de Bs. 2.000.000 que vence en 2 años y otra de 3.500.000 que vence en 4 años se van a pagar mediante un abono de Bs. 1.000.000 en este momento más dos pagos iguales en el año 1 y el año 3 respectivamente. Si el rendimiento del dinero es del 8% TCT, calcule el valor de cada uno de los pagos. R= 973.511,13

11) Luis debe a Pedro dos sumas de dinero: Bs. 100.000 más intereses del 1,5% MCM, que vence en 5 meses y Bs. 300.000 más intereses al 4% BCB con vencimiento en 8 meses, si se va a pagar ambas deudas mediante un pago único al final del mes 11, obtener la cantidad que debe pagarse si la tasa de interés de la renegociación es del 2,083% MCM. R= 495.262,12.



Tasa Nominal y Tasa Efectiva

Supongamos que tenemos un capital de 150 Bs colocados en un banco durante un año a una tasa del 12% anual (tasa nominal). ¿Cuál es la tasa real (efectiva) de ganancia que se obtiene para los siguientes períodos de capitalización?

P.C.: Anual

$$n = 1$$

$$i = 0,12$$

$$M = 150 (1 + 0,12)^1$$

$$M = 168$$

$$I = 18$$

Tasa efectiva:

$$e = 12\%$$

P.C.: Semestral

$$n = 2$$

tasa equivalente

$$i = 0,06$$

$$M = 150 (1 + 0,06)^2$$

$$M = 168,54$$

$$I = 18,54$$

Tasa efectiva:

$$e = 12,36\%$$

P.C.: Mensual

$$n = 12$$

tasa equivalente

$$i = 0,01$$

$$M = 150 (1 + 0,01)^{12}$$

$$M = 169,023$$

$$I = 19,023$$

Tasa efectiva:

$$e = 12,68\%$$



Tasa Nominal y Tasa Efectiva

P.C.: Diario

$n = 360$

tasa equivalente

$i = 0,12/360$

$M = 150 (1 + 0,12/360)^{360}$

$M = 169,1211$

$I = 19,1211$

Tasa efectiva:

$e = 12,74\%$

Tasa nominal: 12% anual

P.C.: Tasa efectiva (e)

Anual 12%

Semestral 12,36%

Mensual 12,68%

Diario 12,74%

$$C(1 + e)^1 = C \left(1 + \frac{i}{n} \right)^n$$
$$e = \left(1 + \frac{i}{n} \right)^n - 1$$

$$i = 0,12; n = 360; e = \left(1 + \frac{0,12}{360} \right)^{360} - 1 \rightarrow e = 0,127474307$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Es una serie de pagos iguales que se realizan en períodos de tiempo iguales (días, meses, bimestres, trimestres, etc.) Las rentas se usan generalmente para la cancelación de una deuda o para la construcción de un capital a futuro.

Los elementos de una Renta son:

- Pagos o cuotas: es la cantidad de dinero que se deposita o paga periódicamente.
- Período de la renta: es el tiempo constante que transcurre entre cada pago o cuota.
- Plazo de la renta: es el tiempo entre el período del primer pago y el período del último pago.



Rentas, Anualidades (constantes):

Los elementos de una Renta son (cont.):

- Valor presente: es la suma de todos los pagos traídos al inicio del plazo de la renta.
- Valor futuro: es la suma de todos los pagos llevados hasta el final de plazo de la renta.

Clasificación de las rentas según su momento de inicio:

- Anticipadas: el primer pago se hace al inicio del primer período. (en el momento de la negociación)
- Inmediatas: el primer pago se hace al final del primer período.
- Diferidas: el primer pago se hace después de un período de gracia.



Rentas, Anualidades (constantes):

Para las Rentas, llamaremos:

- A: valor actual de la renta.
- R: pago o cuota.
- M: valor futuro de la renta.
- n: número de períodos de la renta.
- i: tasa de interés por periodo de pago.

Valor Presente de una renta inmediata (A):

$$A = R \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right) \quad \text{o} \quad A = R \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right)$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Ejemplo:

1) Una persona adquiere a crédito un electrodoméstico que cancelará en 12 pagos mensuales iguales de Bs. 3.000, a una tasa de 2% mensual. Encontrar el valor de contado del electrodoméstico.

Datos:

$$R = 3.000$$

$$i = 2\% \text{ mensual}$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$A = ?$$

$$A = R \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

$$A = 3.000 \left(\frac{1 - (1 + 0.02)^{-12}}{0.02} \right)$$

$$A = 31.726,02$$

Por lo tanto, el monto de contado del electrodoméstico es de Bs. 31.726,02.



Rentas, Anualidades (constantes):

Ejemplo:

2) Una persona adquiere un vehículo a crédito con una cuota inicial de Bs. 100.000 y 24 cuotas mensuales iguales de Bs. 5.800. El concesionario le cobra un 2,3% mensual sobre saldo. Encontrar el valor de contado del vehículo.

Datos:

$$R = 5.800$$

$$i = 2,3\% \text{ mensual}$$

$$n = 24 \text{ meses}$$

$$A = ?$$

$$A = R \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

$$A = 5.800 \left(\frac{1 - (1 + 0,023)^{-24}}{0,023} \right)$$

$$A = 106.062,23$$

Por lo tanto, el valor de contado del vehículo es de
Bs. 206.062,23 (106.062,23 + 100.000).



Rentas, Anualidades (constantes):

Ejemplo:

3) Un equipo de oficina se adquiere con una cuota inicial del 30% del valor de contado y 12 cuotas mensuales de Bs 375.000, si la tasa de interés es del 2,7% mensual. Determinar el valor de contado del equipo.

Datos:

$$R = 375.000$$

$$i = 2,7\% \text{ mensual}$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$A = ?$$

$$A = R \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right)$$

$$A = 375.000 \left(\frac{1 - (1+0.027)^{-12}}{0.027} \right)$$

$$A = 3.800.491,52$$

Si el 70% del valor de contado del equipo es Bs. 3.800.491,52
entonces el valor de contado es de Bs. 5.429.273,59



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo de la cuota (R) según el valor presente (A)

$$R = A \left(\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right)$$

Ejemplo:

1) Un apartamento se adquiere a crédito por la suma de Bs. 3.000.000 en cuota mensuales iguales, la obligación se pacta a 15 años a una tasa de interés del 3% mensual. Determinar el valor de las cuotas.

Datos:

$$A = 3.000.000$$

$$i = 3\% \text{ mensual}$$

$$n = 15 \text{ años}$$

$$R = ?$$

$$15 \text{ años} = 180 \text{ meses}$$

$$R = A \left(\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right)$$

$$R = 3.000.000 \left(\frac{0,03}{1 - (1 + 0,03)^{-180}} \right)$$

$$R = 90.442,25$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo de la cuota (R) según el valor presente (A)

Ejemplo:

2) Un empresa desea construir una fábrica, por lo cual adquiere un terreno por la suma de Bs. 45.000.000 dando una cuota inicial del 15% y 24 cuota mensuales con una tasa de interés del 1,5% mensual. Calcular el valor de las cuotas.

Datos:

$$A = 38.250.000 \text{ (85\% de 45.000.000)}$$

$$i = 1,5\% \text{ mensual}$$

$$n = 24 \text{ meses}$$

$$R = ?$$

$$R = A \left(\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right)$$

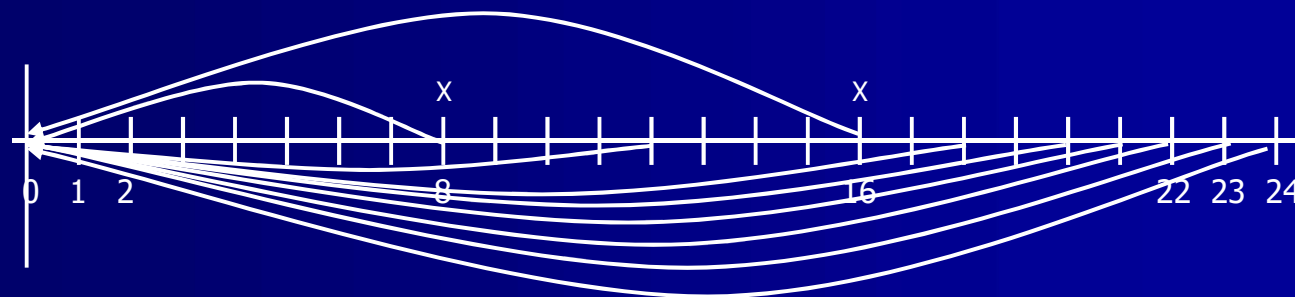
$$R = 38.250.000 \left(\frac{0,015}{1 - (1 + 0,015)^{-24}} \right)$$

$$R = 1.909.596,9$$

Rentas, Anualidades (constantes):

Ejemplo:

3) Un crédito de Bs. 8.000.000 será cancelado en 24 cuotas mensuales de 120.000 con dos cuotas extras iguales pactadas en los meses 8 y 16, si la tasa de intereses es del 3,2% mensual; calcular el valor de las cuotas extras.



Deudas = Pagos

$$8.000.000 = 120.000 \left(\frac{1 - (1 + 0,032)^{-24}}{0,032} \right) + x(1,032)^{-8} + x(1,032)^{-16}$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Ejemplo:

$$8.000.000 = 120.000 \left(\frac{1 - (1 + 0,032)^{-24}}{0,032} \right) + x(1,032)^{-8} + x(1,032)^{-16}$$

$$8.000.000 = 1.989.165,524 + 0,77725x + 0,604122x$$

$$8.000.000 - 1.989.165,524 = 1,381372 x$$

$$6.010.834,476 = 1,381372 x$$

$$4.351.351,031 = x$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Valor Futuro de una renta Inmediatas (M)

$$M = R \left(\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right)$$

Ejemplo:

1) Se hacen depósitos mensuales de Bs. 150.000 en una institución financiera que paga el un interés del 2,6% mensual. ¿Qué suma se tendrá acumulada al final de dos años?

Datos:

$$R = 150.000$$

$$i = 2,6\% \text{ mensual}$$

$$n = 2 \text{ años}$$

$$A = ?$$

$$2 \text{ años} = 24 \text{ meses}$$

$$M = 150.000 \left(\frac{(1 + 0,026)^{24} - 1}{0,026} \right)$$

$$M = 4.912.818,327$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Valor Futuro de una renta Inmediatas (M)

Ejemplo:

2) ¿Cuánto puede reunir un padre de familia dentro de diez años para garantizar los estudios universitarios de su hijo, si deposita en una institución financiera que reconoce un interés del 32% ACM Bs. 700.000 cada año, y en los años 3 y 7 deposita adicionalmente Bs. 200.000 y Bs. 100.000 respectivamente?

Primero se debe calcular la tasa efectiva equivalente a una del 32% anual capitalizable mensualmente

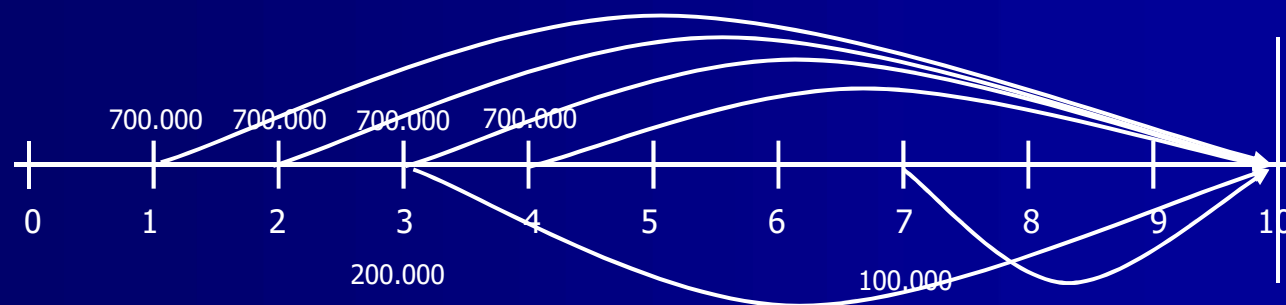
$$i = \left(1 + \frac{0,32}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i = 0,37136$$

Rentas, Anualidades (constantes):

Valor Futuro de una renta Inmediatas (M)

Ejemplo:



$$M = 700.000 \left(\frac{(1 + 0,37136)^{10} - 1}{0,37136} \right) + 200.000 (1 + 0,37136)^7 + 100.000(1 + 0,37136)^3$$

$$M = 44.539.460,36$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo de la cuota (R) según el valor futuro (M)

$$R = M \left(\frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right)$$

Ejemplo:

1) Una empresa necesitará reponer una máquina dentro de 6 años, la cual, en ese momento tendrá un valor de mercado de \$ 1.800.000. De acuerdo a estudios de mercado realizados, se espera que la máquina cueste alrededor de \$ 9.500.000 y se decide hacer un fondo para cubrir el costo. Si se puede obtener una tasa de interés del 30% ACS, ¿Cuánto se tiene que depositar cada semestre para tener el dinero para reponer la máquina al final de su vida útil?



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo de la cuota (R) según el valor futuro (M)

Ejemplo:

Primero se calcula la inversión que será necesaria:

$$9.500.000 - 1.800.000 = 7.700.000.$$

Ahora, la tasa semestral equivalente al 30% ACS es igual al 15%

Datos:

$$M = 7.700.000$$

$$i = 15\% \text{ semestral}$$

$$n = 6 \text{ años}$$

$$R = ?$$

$$6 \text{ años} = 12 \text{ semestres}$$

$$R = M \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$R = 7.700.000 \left(\frac{0,15}{(1+0,15)^{12} - 1} \right)$$

$$R = 265.501,9762$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo del tiempo (n) en una anualidad vencida en función de valor presente (A)

$$n = - \frac{\text{Log} \left(1 - \frac{Ai}{R} \right)}{\text{Log}(1 + i)}$$

Ejemplo:

1) Una deuda de Bs. 20.000.000 se debe cancelar con cuotas mensuales iguales de Bs. 1.500.000 cada una. Si la tasa de interés es del 2% mensual. Determine el número de cuotas para cancelar la obligación financiera

$$n = - \frac{\text{Log} \left(1 - \frac{20.000.000(0,02)}{1.500.000} \right)}{\text{Log}(1,02)} = 15,6623$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo del tiempo (n) en una anualidad vencida en función de valor presente (A)

Ejemplo:

Opción 1: realizar 15 pagos

Opción 2: realizar 16 pagos

$$R = A \left(\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right)$$

$$R = A \left(\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right)$$

$$R = 20.000.000 \left(\frac{0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-15}} \right)$$

$$R = 20.000.000 \left(\frac{0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-16}} \right)$$

$$R = 1.556.509,45$$

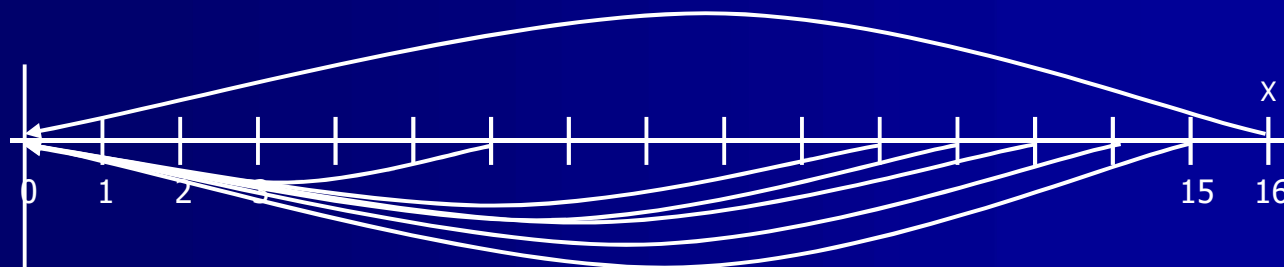
$$R = 1.473.002,52$$

Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo del tiempo (n) en una anualidad vencida en función de valor presente (A)

Ejemplo:

Opción 3: realizar 15 pagos de 1.500.000 y un último pago por la diferencia



Deudas = Pagos

$$20.000.000 = 1.500.000 \left(\frac{1 - (1 + 0,02)^{-15}}{0,02} \right) + x(1 + 0,02)^{-16}$$

$$x = 996.786,22$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo del tiempo (n) en una anualidad vencida en función de valor futuro (M)

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{Mi}{R} + 1\right)}{\text{Log}(1 + i)}$$

Ejemplo:

1) Se desea tener un monto de Bs. 15.000.000 mediante depósitos cada dos meses de Bs. 450.000. Calcular cuántos depósitos se deben hacer si se ganan intereses del 18% capitalizable cada bimestre.

$$18\% \text{ ACB} = 3\% \text{ BCB}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{15.000.000(0,03)}{450.000} + 1\right)}{\text{Log}(1,03)} = 23,4498$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo del tiempo (n) en una anualidad vencida en función de valor presente (A)

Ejemplo:

Opción 1: realizar 23 pagos

$$R = M \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$R = 15.000.000 \left(\frac{0,03}{(1,03)^{23} - 1} \right)$$

$$R = 462.208,54$$

Opción 2: realizar 24 pagos

$$R = M \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$R = 15.000.000 \left(\frac{0,03}{(1,03)^{24} - 1} \right)$$

$$R = 435.711,24$$

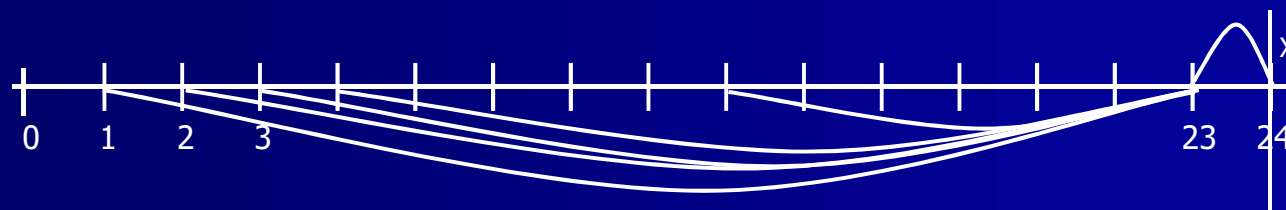


Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo del tiempo (n) en una anualidad vencida en función de valor presente (A)

Ejemplo:

Opción 3: realizar 23 depósitos de 450.000 y un último depósito por la diferencia



$$450.000 \left(\frac{(1,03)^{23} - 1}{0,03} \right) (1,03) + x = 15.000.000$$

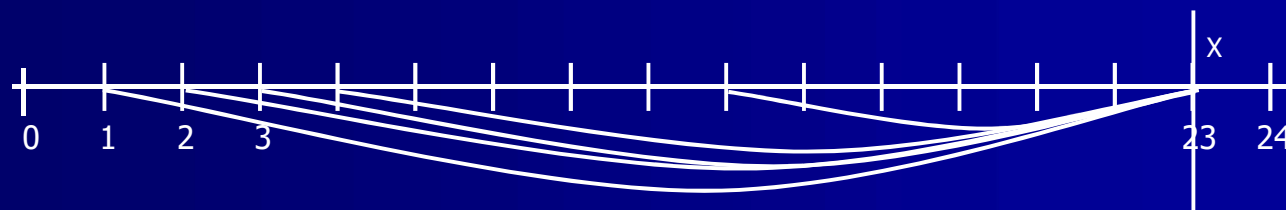
$$x = -41.911,60$$

Rentas, Anualidades (constantes):

Cálculo del tiempo (n) en una anualidad vencida en función de valor presente (A)

Ejemplo:

Opción 3: realizar 23 depósitos de 450.000 y con el un último depósito (23), completar la diferencia



$$450.000 \left(\frac{(1,03)^{23} - 1}{0,03} \right) + x = 15.000.000$$

$$x = 396.202,33$$



Rentas, Anualidades (constantes):

Ejercicios:

- 1) El padre de un niño de 12 años planea crear un fondo de ahorro para que su hijo estudie en la universidad. Piensa depositar Bs. 250.000 al final de cada mes en una cuenta de ahorros que paga el 30% ACM. ¿Cuál será el monto en la cuenta al final de 5 años?
- 2) ¿Cuál es el valor presente de Bs. 600.000 depositados al final de cada trimestre durante 4 años, si la tasa de interés es del 20% ACM?
- 3) El señor Juan recibe 3 ofertas al querer vender un apartamento en Vista Hermosa. La primera consistía en Bs. 2.600.000 de contado. La segunda consistía en Bs. 1.500.000 de contado y Bs. 50.000 al final de cada mes por 36 meses. La tercera era de Bs. 82.500 mensuales durante 5 años. Si la tasa es del 2% mensual, ¿Cuál es la oferta mas ventajosa para el señor Juan?
- 4) Una persona deposita hoy en una institución financiera la suma de Bs. 820.000 que le paga una tasa de interés del 3% mensual. Calcular el valor acumulado al final de año, si cada mes deposita Bs. 300.000 ?



Rentas, Anualidades (constantes):

Ejercicios:

- 5) ¿Cuántos pagos quincenales de Bs. 350.000 se deben realizar para cancelar una deuda de Bs. 6.000.000?
- 6) Para comprar una maquinaria por un monto de Bs. 600.000 la compañía XXX paga una cuota inicial del 20% y el resto mediante 36 cuotas mensuales. Si la tasa que le cobran es del 1,5% mensual, calcule el valor de las cuotas.
- 7) Si en el problema anterior se ofrecen dos cuotas especiales: la primera por Bs. 80.000 en el mes 5 y la segunda por Bs. 100.000 en el mes 20, calcule el valor de las cuotas mensuales.
- 8) Un terreno tiene un valor de contado de Bs. 5.000.000 y se cancelará mediante una cuota inicial del 8% , una cuota especial al final del segundo año y 36 cuotas mensuales por Bs. 160.000. Calcular el valor de la cuota especial.